

RISCO DE PERDA ADICIONAL, TEORIA DOS VALORES EXTREMOS E GESTÃO DO RISCO: APLICAÇÃO AO MERCADO FINANCEIRO PORTUGUÊS

João Dionísio Monteiro^{*} ; Pedro Marques Silva^{**}

Departamento de Gestão e Economia, Universidade da Beira Interior, Estrada do Sineiro, 6200 Covilhã

Resumo:

Utilizando dados sobre o mercado financeiro português, observamos que durante os períodos de maior volatilidade, a magnitude dos desvios do modelo média-variância aumenta, implicando períodos com um risco de perda adicional para os investidores. As técnicas correntes de gestão do risco ao não terem em devida conta este risco de perda adicional irão subestimar o verdadeiro VaR com maior gravidade durante os períodos de instabilidade financeira. Neste artigo defende-se uma abordagem condicional para a metodologia Value-at-Risk (VaR), designada de abordagem VaR-X condicional que, orientada para captar a variação temporal da não-normalidade, admite a existência de uma massa de probabilidade adicional na cauda esquerda da distribuição das rendibilidades esperadas. As estimativas do VaR-X condicional são comparadas com as obtidas pela metodologia *Riskmetrics*TM. Verificamos que as previsões fornecidas pela primeira abordagem introduzem melhorias na quantificação do risco. Os resultados obtidos evidenciam que as estimativas condicionais do VaR-X são capazes de captar a natureza do risco de perda adicional presente em períodos de instabilidade financeira.

Palavras-chave: *Value-at-Risk* (VaR), Teoria dos Valores Extremos, *Riskmetrics*, Densidade Caudas.

1. Introdução

A gestão do risco consiste no processo integrado de planear, organizar e monitorizar as medidas de risco e ainda as decisões necessárias para ultrapassar, reduzir ou mesmo eliminar o risco (Santomero, 1997; Phelan, 1997; Jorion, 1997). Neste sentido, as metodologias de avaliação do risco financeiro são concebidas e desenvolvidas para identificar os factores de risco que estão na origem da incerteza, avaliar e estimar a sua magnitude e variabilidade de ocorrência e ainda avaliar as suas consequências através de medidas quantitativas de risco.

A partir de meados da última década, e na sequência de uma série de perdas incorridas por empresas do sector financeiro, resultantes do seu envolvimento e de uma inadequada compreensão dos riscos no mercado de derivados, as entidades reguladoras e de supervisão do sistema financeiro internacional apresentaram propostas no sentido

* Autor correspondente: Tel. +351 275 319 600, E-mail: monteiro@alpha2.ubi.pt

** E-mail: pmarques@alpha2.ubi.pt

de reforçar a credibilidade e segurança do sistema financeiro (Committee de Basle, 1995, 1996)¹.

Estas propostas traduzem-se na adopção de sistemas de avaliação e cálculo dos riscos decorrentes de movimentos adversos do mercado sobre as posições de investimento. Desde então, as instituições financeiras são obrigadas a manter determinados níveis de capital prudencial de modo a absorver as perdas, evitar a falência e deste modo garantir a estabilidade e confiança no sistema financeiro (Committee de Basle, 1996). Neste sentido, o controlo e a quantificação precisa do risco financeiro é crucial para as instituições financeiras com investimentos expostos, por exemplo, aos riscos do mercado accionista.

Ao seu nível mais básico, o objectivo de um sistema de gestão de risco consiste em determinar o montante de capital que um investidor deverá manter colateralmente à sua posição de investimento de forma a garantir o cumprimento de uma obrigação financeira (Jorion, 1997). Esta decisão envolve um *trade-off*. Primeiro, se o montante de capital prudencial for fixado a um nível demasiado elevado, os investidores serão desincentivados de entrar no mercado. Segundo, se o montante de capital for fixado a um nível demasiado baixo, existe o risco do investidor não cumprir a sua obrigação ou a posição ter de ser liquidada em condições adversas.

Por exemplo, as bolsas de valores que negociam contratos de futuros implementam sistemas de gestão de risco que permitem reduzir o montante de capital prudencial exigido aos investidores ao adoptarem procedimentos de ajustamento diário das posições de investimento ao mercado (*mark-to-market*). Este tipo de procedimento permite identificar os investidores com problemas potenciais na manutenção das suas margens antes de uma possível e significativa perda ser incorrida.

A metodologia *Value-at-Risk* (VaR) tem vindo a assumir uma posição central na gestão do risco de mercado das instituições financeiras, fornecendo uma estimativa da perda

¹ A 15 de Julho de 1988, os bancos centrais dos países do grupo dos 10 (Bélgica, Canada, França, Alemanha, Itália, Japão, Holanda, Suécia, Estados Unidos, Grã-Bretanha) e ainda o Luxemburgo e Suíça, assinaram o acordo de Basileia, com o objectivo de proporcionar um ambiente de regulação e estabilidade financeira entre os bancos, impondo requisitos mínimos de fundos próprios aplicáveis aos bancos dos países membros. Este acordo requer que o capital próprio de um banco seja de pelo menos 8% do valor total dos activos consolidados ponderados pelo grau de risco incorrido.

potencial incorrida devido à exposição dos seus investimentos aos riscos de mercado (Jorion, 1997; Phelan, 1997).

Porém, a determinação do VaR obriga a que se formulem hipóteses acerca da distribuição de probabilidade das rendibilidades dos activos detidos. Embora conveniente devido à facilidade de utilização, a assumpção da normalidade da distribuição das rendibilidades poderá não ser a hipótese mais correcta. Em períodos de instabilidade dos mercados accionistas, as rendibilidades negativas, de valor absoluto elevado, ocorrem com uma frequência superior à esperada sob a hipótese da normalidade. Em períodos de crises financeiras estas tornam-se ainda mais acentuadas. Neste sentido, a utilização da variância estimada da distribuição de rendibilidades, como medida única de risco, poderá subestimar o verdadeiro risco envolvido com a posição de investimento.

Este risco de perda adicional (i.e., massa de probabilidade adicional presente na cauda esquerda da distribuição empírica das rendibilidades) não é captado pelos métodos VaR, condicionais e não-condicionais, que assumem a normalidade das rendibilidades, inclusive, pela metodologia *Riskmetrics*TM.

O objecto de análise deste estudo incide no possível risco de perda adicional presente no comportamento da volatilidade das rendibilidades do índice PSI-20 da Bolsa de Valores de Lisboa e Porto (Euronext Lisboa), para o período de 4 de Janeiro de 1993 a 31 de Dezembro de 2001.

Neste trabalho investigamos as implicações das possíveis características de não-normalidade das rendibilidades para a gestão do risco, em geral, e para a estimativa do VaR, em particular. Iremos investigar se o uso de um parâmetro de risco orientado para acomodar o risco de perda adicional não captado em períodos de forte instabilidade pelas metodologias tradicionais, pode constituir-se num instrumento mais preciso para a quantificação e gestão do risco. Este instrumento assenta na teoria estatística dos valores extremos (TVE).

Utilizando um método baseado na TVE procuraremos captar esse risco de perda adicional e, desta forma, obter estimativas mais precisas do VaR. Os resultados obtidos

são objecto de uma análise comparativa com os métodos VaR tradicionais, em particular com a metodologia de volatilidade condicional *Riskmetrics*TM.

O artigo está organizado da seguinte forma. Começamos na secção 2 por caracterizar o mercado accionista português ao longo do período amostral, introduzimos o VAR como técnica corrente de gestão do risco, a metodologia *Riskmetrics*TM e analisamos a sua adequação ao mercado accionista português. Na secção 3 apresentamos o método recente de gestão de risco baseado na TVE. Na secção 4 estima-se o VaR-extremo (VaR-X), baseado na TVE e na modelização da distribuição T-Student, utilizando a abordagem da volatilidade condicional (metodologia *Riskmetrics*TM) e não-condicional (paramétrica-normal). É ainda efectuada uma análise ao desempenho relativo destas abordagens, colocando a ênfase na sua capacidade de prever o VaR durante os períodos de maior instabilidade. Na secção 5 são apresentadas as conclusões dos resultados obtidos.

2. A Gestão do Risco no Mercado Accionista Português

2.1. Amostra

O mercado accionista português, representado através do índice PSI-20, caracterizou-se por um comportamento instável a partir do início de 1997. Até esta data apresentou um comportamento relativamente estável, evidenciado por uma série de cotações diárias aproximadamente estacionárias em torno de um valor médio de 4000 pontos. Em 1997 evidencia uma clara subida, passando de aproximadamente 5000 pontos em Janeiro para 8000 pontos em Dezembro. Até Abril de 1998 verifica-se uma subida acentuada, com a cotação do índice a atingir no final deste mês o valor máximo de cerca de 14300 pontos. Inicia-se a partir daqui uma queda acentuada até meados de Outubro. No final do ano de 1998 e início de 1999 verifica-se alguma recuperação. Durante o ano de 1999 verifica-se uma tendência de descida gradual até ao final do ano. No final do ano de 1999 e início de 2000 regista-se uma recuperação acentuada, com o índice atingir o máximo histórico de 14822 pontos em 3 de Março. A partir daqui regista-se uma tendência de descida generalizada ao longo do ano de 2000 e 2001, atingindo o valor de 7830 pontos no final do ano de 2001 (ver figura 1).

O desvio padrão da distribuição de rendibilidades tem sido a medida mais usada na teoria financeira para captar o risco. Esta medida implica que quanto mais elevada a

frequência de ocorrência de rendibilidades elevadas, positivas ou negativas, maior a exposição esperada ao risco. Daqui resulta que quanto maior a volatilidade maior o risco incorrido pelos investidores. Na figura 1 verificamos que são os anos de 1998 e 2000 os que evidenciaram maior nível de risco.

Figura 1 – Evolução do índice PSI-20



Analisando o índice PSI-20 numa base diária e para o período completo, Janeiro de 1993 a Dezembro de 2001, verifica-se que a volatilidade média anual foi de 17.343%. No final do ano de 2001, a rendibilidade média anualizada desde 1993 era de 10.821%, com o enorme crescimento registado nos anos de 1996, 1997 e 1998 a ser de alguma forma anulado durante os dois últimos anos, 2000 e 2001. O resumo das estatísticas para o período amostral completo e para os vários anos que o integram é apresentado na tabela 1. Considerando ainda os períodos referidos, os dados exibem coeficientes de assimetria e de achatamento significativos.

Tabela 1: Resumo de estatísticas descritivas do índice PSI-20 a)

Índice PSI-20 Rendibilidade	Período completo	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Média anual (%)	10.821	37.157	-3.098	-6.484	27.827	53.687	22.265	8.381	-13.941	-28.405
Desvio padrão anual (%)	17.343	11.633	14.548	7.402	7.128	18.162	28.447	17.232	21.524	18.533
Máxima diária (%)	6.941	3.265	3.088	1.526	1.700	6.941	5.395	4.109	4.297	2.705
Mínima diária (%)	-9.590	-1.834	-7.062	-2.419	-1.322	-6.402	-9.590	-3.837	-4.542	-4.567
Coef. de Assimetria	-0.666	0.342	-1.775	-0.290	0.029	-0.015	-1.030	0.238	-0.138	-0.357
Coef. de Achatamento	10.635	3.8583	17.495	5.8989	4.2416	12.313	7.2415	4.7874	3.9185	4.1176

a) Esta tabela contém as estatísticas do índice PSI-20 para o período completo, Janeiro de 1993 a Dezembro de 2001, usando um total de 2226 rendibilidades diárias e, para os anos individuais, usando em média 247 rendibilidades diárias. As rendibilidades foram calculadas através da diferença de logaritmos dos valores do índice.

2.2 Value-at-Risk (VaR)

O método mais comum usado na gestão do risco para avaliar possíveis perdas no mercado financeiro é o VaR. Ao estimar a maior perda esperada, durante um determinado período de tempo e para um dado nível de confiança, esta estimativa resume o risco de mercado. Deste modo, o VaR é um número que representa, para uma carteira, a perda máxima esperada devida aos riscos de mercado para um período de tempo preciso e com uma dada probabilidade de ocorrência (Jorion, 1997; Danielsson e de Vries, 1997a). Procura-se prever de forma estatística a variação máxima do valor de mercado de uma carteira em determinado período de tempo, geralmente o necessário para liquidar a posição.

Para uma posição de investimento integrada por diversos tipos de activos de risco, o VaR procura estimar o risco combinado de todos os factores que influenciam o valor destes activos tendo em conta a correlação entre si. Os principais factores de risco são: taxa de juro (estrutura de prazo da taxa de juro por produto financeiro), taxa de câmbio (por divisas), cotação das acções (representado pelos índices bolsistas) e, eventualmente, o preço das matérias-primas. Para produtos financeiros não-lineares (opções) considera-se ainda os parâmetros de sensibilidade do prémio de risco, o *delta* e o *gamma* (sensibilidade à cotação do activo subjacente) e o *theta* (sensibilidade à duração do contrato). Neste trabalho iremos debruçar-nos apenas sobre a gestão do risco no mercado accionista e, neste sentido, considerar apenas o comportamento do respectivo índice.

Considerando W_0 o valor inicial da carteira de investimento e designando R_t como a taxa de rendibilidade, o valor esperado da carteira no final do período é:

$$W_t = W_0 (1 + R_t) . \quad (1)$$

Como estamos interessados no menor valor da carteira associado ao nível de confiança $(1 - c) \%$, estamos interessados na procura da taxa de rendibilidade R_t^* resultante neste menor valor da carteira, W_t^* :

$$W_t^* = W_0 (1 + R_t^*) . \quad (2)$$

Definindo a rendibilidade esperada por μ , obtemos a estimativa do VaR em relação à média:

$$\text{VaR} = W_0 (1 + \mu) - W_0 (1 + R_t^*) . \quad (3)$$

Por sua vez esta equação simplifica para:

$$\text{VaR} = -W_0(R_t^* - \mu). \quad (4)$$

O ponto fundamental na obtenção de uma estimativa precisa para o VaR reside na possibilidade e capacidade de estimar com precisão a rendibilidade R_t^* associada ao valor da carteira W_t^* . Neste sentido, a estimação do VaR requer o conhecimento da distribuição de probabilidade das rendibilidades, sendo esta, no entanto, naturalmente desconhecida.

Os vários métodos para estimar o VaR dependem das hipóteses formuladas acerca da distribuição de probabilidade das rendibilidades. Dois métodos são tradicionalmente utilizados. O primeiro consiste em considerar a distribuição empírica, baseada nas observações históricas, como aquela que melhor representa a distribuição de probabilidade das rendibilidades. Neste método, designado de VaR não-paramétrico (empírico), o VaR é estimado a partir da substituição do ponto R_t^* , obtido a partir do histograma da distribuição empírica baseada nas rendibilidades históricas, na expressão (4). R_t^* é o ponto do histograma à esquerda do qual se situa a proporção $c\%$ das rendibilidades da amostra. O segundo, designado de VaR paramétrico, assume que as rendibilidades podem ser aproximadas por uma distribuição de probabilidade específica, com a sua forma exacta determinada por parâmetros, estes por sua vez estimados a partir das observações históricas. A prática comum na teoria financeira tem sido a de assumir que as rendibilidades dos activos seguem uma distribuição normal.

Assim, o quantil Z^* da distribuição normal estandardizada, para o qual a probabilidade c se situa à sua esquerda, pode ser convertido numa distribuição com média μ e desvio padrão σ , para obter a respectiva rendibilidade crítica R_t^* :

$$R_t^* = -Z^* \sigma + \mu \quad (5)$$

Substituindo este valor por R_t^* na equação (4) obtém-se o VaR paramétrico-normal em relação à média e igual a $\text{VaR} = W_0 Z^* \sigma$. Assumindo que as rendibilidades são independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) e seguem uma distribuição normal, apenas o desvio padrão da carteira, multiplicado por um factor relativo ao nível de confiança, é necessário para estimar o VaR relativo à média.

As estimativas do VaR, usando as duas abordagens (paramétrica e não paramétrica) e para vários níveis de confiança, são apresentadas na tabela 2. Como esperado, para ambas as abordagens as estimativas do VaR aumentam à medida que o nível de confiança aumenta. No entanto, a abordagem paramétrica-normal subestima a exposição ao risco de mercado para níveis de confiança elevados, aumentando esta diferença à medida que nos deslocamos para as caudas da distribuição. Esta característica é devida à não-normalidade das rendibilidades. Uma distribuição assimétrica negativa com cauda mais densa que a da distribuição normal tenderá a gerar estimativas VaR superiores às geradas sob a hipótese de normalidade.

Tabela 2: Comparação das estimativas VaR ^{a)}

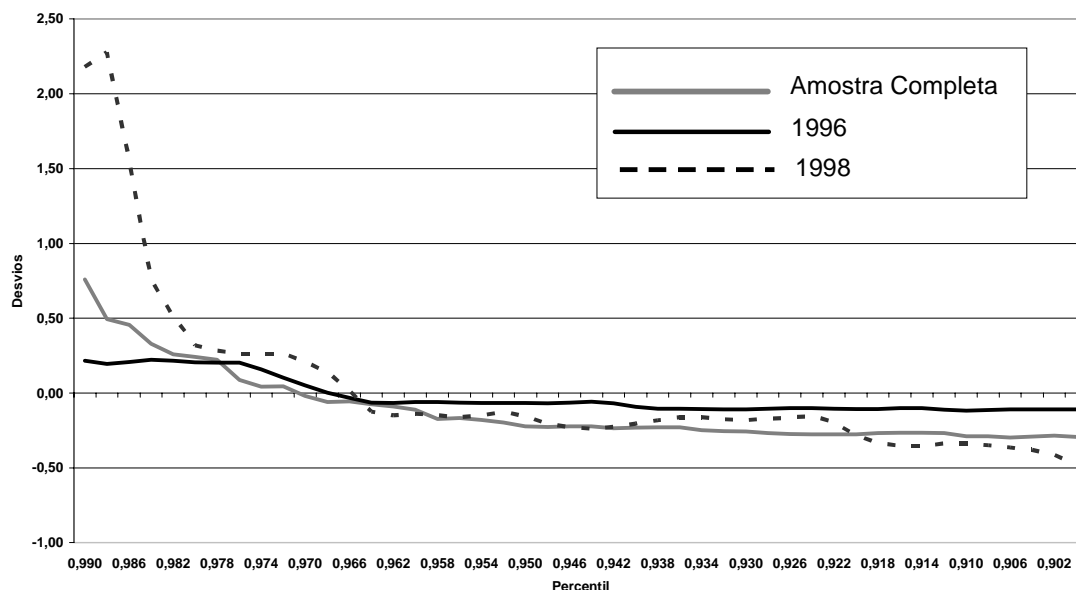
Nível de Confiança (Cauda Esquerda)	Amostra Completa		Ano de 1996		Ano de 1998	
	VaR	VaR	VaR	VaR	VaR	VaR
	Paramétrico (100 €)	Empírico (100 €)	Paramétrico (100 €)	Empírico (100 €)	Paramétrico (100 €)	Empírico (100 €)
0.99	2.5654	3.3242	1.0550	1.2713	4.2024	6.3818
0.985	2.3931	2.8194	0.9842	1.1997	3.9201	5.0782
0.98	2.2648	2.5066	0.9314	1.1375	3.7099	4.0293
0.975	2.1614	2.2109	0.8889	1.0739	3.5405	3.8024
0.97	2.0741	2.0548	0.8530	0.9049	3.3975	3.6044
0.965	1.9981	1.9426	0.8217	0.7728	3.2731	3.2182
0.96	1.9306	1.8201	0.7940	0.7354	3.1625	3.0225
0.955	1.8696	1.7042	0.7689	0.7027	3.0626	2.9024
0.95	1.8139	1.5932	0.7460	0.6798	2.9713	2.8160

^{a)} As estimativas VaR foram calculadas usando a abordagem empírica (dados históricos) e a abordagem paramétrica-normal. Nas estimativas VaR da abordagem paramétrica-normal assume-se que as rendibilidades são i.i.d. e distribuídas segundo a normal. As estimativas VaR foram calculadas para uma posição de 100 €uros no índice PSI-20, e para um intervalo de níveis de confiança.

Durante os períodos de maior volatilidade, como acontece no ano de 1998, as estimativas VaR são por definição mais elevadas e, por esta razão, quaisquer desvios da normalidade tornam-se mais significativos. Assim é, de facto, para o ano de 1998 face ao ano de 1996, onde os desvios da normalidade são mais significativos e a distribuição exibe um coeficiente de assimetria e um coeficiente de achatamento significativos. Por esta razão, o desvio na estimativa VaR, decorrente da utilização da abordagem paramétrica-normal, também será maior.

A magnitude com que a abordagem paramétrica-normal subestima o VaR, para níveis de confiança elevados, durante o período de maior (ano de 1998) e menor (ano de 1996) volatilidade é apresentada na figura 2. Os resultados obtidos confirmam o facto, já bem documentado, das distribuições de rendibilidades de muitos activos financeiros apresentarem desvios da normalidade, de tal forma que o VaR tende a ser subestimado à medida que o nível de confiança aumenta.

Figura 2: Desvios entre o VaR Empírico e Paramétrico a)



a) O gráfico exibe a magnitude com que as estimativas do VaR paramétrico-normal diferem das estimativas do VaR empírico, para a amostra completa e duas sub-amostras do PSI-20, e para um intervalo de níveis de confiança. A abordagem paramétrica-normal assume que as rendibilidades são i.i.d. segundo a normal; a abordagem empírica usa a distribuição de frequências observadas. O desvio é o erro gerado quando se assume a hipótese de normalidade das rendibilidades.

Estes resultados sugerem que a distribuição de rendibilidades tende a apresentar caudas densas durante os períodos de instabilidade financeira, exibindo com maior frequência rendibilidades extremas face ao esperado sob a hipótese de normalidade. Em suma, os métodos paramétricos usando a hipótese de normalidade, subestimam o VaR à medida que o nível de confiança aumenta. Este facto está representado na figura 2.

A massa de probabilidade adicional deverá ser parcialmente captada nas caudas, admitindo que os momentos da distribuição, em particular o segundo momento, variam ao longo do tempo. O uso de uma distribuição condicional para captar esta variação temporal da volatilidade pode ser facilmente implementada na estimação do VaR. O processo condicional de heterocedasticidade autoregressiva generalizada (GARCH²) pode ser usado para estimar a volatilidade condicional que depois de substituída na equação (5) fornece o VaR.

2.3 Volatilidade Condicional – *Riskmetrics*TM

Um número significativo de estudos empíricos tem evidenciado o comportamento de aglomeração da volatilidade, com períodos de volatilidade elevada seguidos por períodos de volatilidade elevada e períodos de baixa volatilidade seguidos por períodos

² Na terminologia anglo-saxónica “Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity” (Bollerslev, 1986)

de baixa volatilidade. Este tipo de comportamento foi originalmente evidenciado por Engle (1982), através do uso de um processo condicional de heterocedasticidade autoregressiva (ARCH). A modelização ARCH permite que a variância condicional varie ao longo do tempo permanecendo a variância não-condicional constante. A abordagem seguida na metodologia *Riskmetrics*TM implementa, precisamente, a volatilidade condicional na equação (5), através de um modelo GARCH.

O processo ARCH foi generalizado por Bollerslev (1986) para que a variância condicional seja não apenas uma função dos resíduos passados (rendibilidades) mas também das variâncias condicionais desfasadas. Desde então, a modelização GARCH tem sido muito utilizada nas aplicações empíricas para estimar o segundo momento das séries financeiras (Bollerslev, 1987; Bollerslev *et al.*, 1992; Engle, 2001). Um processo GARCH (p,q) pode ser definido como:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (6)$$

onde ϵ_t^2 é a variância amostral e σ_t^2 a variância condicional, ambas no momento t.

Segundo a metodologia *Riskmetrics*TM (J. P. Morgan, 1996; Phelan, 1997), a variância condicional óptima é estimada por um modelo GARCH (1,1) com constante α_0 igual a zero e a soma dos parâmetros α e β igual à unidade. Impondo esta restrição obtém-se o processo formalmente conhecido por GARCH integrado (IGARCH):

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) \epsilon_{t-1}^2 \quad (7)$$

ou

$$\sigma_t^2 = \lambda^t \sigma_0^2 + (1 - \lambda) \sum_{k=0}^{t-1} \lambda^k \epsilon_{t-k}^2 \quad (8),$$

onde σ_0^2 é um dado nível da variância no momento inicial. Em vez de estimar a volatilidade de modo não-condicional, usando uma média móvel identicamente ponderada, a metodologia *Riskmetrics*TM usa ponderações exponenciais para que as observações mais recentes assumam ponderações superiores. A taxa de declínio das ponderações exponenciais depende do *decay factor*- λ , expressando este a persistência com que os efeitos de um choque se fazem sentir no futuro (J. P. Morgan, 1996; Jorion, 1997; Phelan, 1997; Engle, 2001).

O manual técnico do *Riskmetrics*TM (J. P. Morgan, 1996) sugere um *decay factor* de 0.94 para rendibilidades diárias e 0.97 para rendibilidades mensais. O facto de apenas ser necessário utilizar um parâmetro, λ , facilita a estimação da volatilidade condicional e proporciona robustez contra o erro de estimação, apesar da parsimoniosidade do modelo. No entanto, Bollerslev (1986) admite que o uso da volatilidade condicional não capta completamente o efeito da maior densidade da cauda da distribuição em períodos de instabilidade financeira.

Este aspecto pode ser analisado comparando a previsão do VaR de 10 dias para a posição de investimento agregado PSI-20, obtida a partir das duas abordagens, com os seus valores teóricos. Usando uma amostra deslizante de 247 rendibilidades diárias, efectuámos as previsões do VaR de 10 dias, tal como recomendado pelo Basle Committee (1996). No cálculo do VaR de 10 dias foi adoptada a regra da raiz quadrada do tempo para converter a previsão do VaR de 1 dia no VaR de 10 dias. Verificamos que ambas as abordagens, a paramétrica-normal não-condicional e a condicional usando a metodologia *Riskmetrics*TM, subestimam a previsão do VaR para o nível de confiança de 99%. As previsões são baseadas nas rendibilidades diárias do ano anterior e o número exacto de ocorrências que excedem o VaR é apresentado em simultâneo com os seus valores teóricos na tabela 3.

Tabela 3: Número de ocorrências que excedem o VaR paramétrico-normal não-condicional e condicional (*Riskmetrics*TM)^{a)}

Período amostral	Ocorrências que excedem o VaR paramétrico-normal ao nível de confiança de 99%		
	Teórico	Não-condicional	Condicional
1/1994 – 1/2002	19.77	69	84
1/1994 – 1/1998	9.86	35	44
1/1998 – 1/2002	9.91	34	40
1996	2.47	0	0
1998	2.48	17	9
Período amostral	Percentagem teórica		
	Teórica	Não-condicional	Condicional
1/1994 – 1/2002	1.00%	3.5%	4.2%
1/1994 – 1/1998	1.00%	3.5%	4.5%
1/1998 – 1/2002	1.00%	3.4%	4.0%
1996	1.00%	0%	0%
1998	1.00%	6.9%	3.6%

^{a)} Esta tabela contém as estatísticas do índice PSI-20 para o período de Janeiro de 1994 a Dezembro de 2001, usando 1977 observações diárias. As previsões são baseadas em amostras anuais de observações diárias (247 rendibilidades) usando um *decay factor* de 0.94 no modelo de volatilidade condicional IGARCH (1,1).

Para o nível de confiança de 99%, onde se esperaria que apenas em 1% dos períodos de 10 dias as perdas fossem superiores às quantificadas pelo VaR, ambas as abordagens falham. No período amostral global, o desempenho da abordagem não-condicional é

superior. Esperar-se-ia 1% de perdas superiores ao VaR e ocorrem 3,5% utilizando a abordagem não-condicional e 4,2% utilizando a condicional.

Decompondo o período amostral global em sub-períodos e considerando apenas o ano de menor e maior volatilidade, anos de 1996 e 1998, respectivamente, constata-se o seguinte. Primeiro, no período de menor volatilidade nenhuma abordagem fornece previsões do VaR inferiores às perdas efectivamente ocorridas. Segundo, no período de maior volatilidade a abordagem condicional tende a fornecer previsões do VaR mais fiáveis, com a percentagem de ocorrências que excedem a previsão do VaR a diminuir de 6.9% (não-condicional) para 3.6% (condicional). Este facto evidencia que os benefícios de admitir a volatilidade condicional na previsão do risco são mais eficazes nos períodos de instabilidade financeira.

2.4 Questão de Investigação

Considerando que as rendibilidades bissemanais efectivamente ocorridas excedem as previsões do VaR, ao nível de confiança de 99%, mais vezes que o valor esperado (teórico) de 1%, esta evidência sugere que a hipótese de normalidade das rendibilidades resulta numa volatilidade condicional incapaz de captar o risco global. Este aspecto leva-nos a formular a questão central de investigação do presente trabalho:

Na medida em que abordagem da volatilidade condicional, associada à hipótese de normalidade das rendibilidades, é incapaz de captar o risco de perda adicional presente em períodos de instabilidade financeira, e devendo nestes períodos a gestão do risco nas instituições financeiras ser ainda mais conservadora, poderá o risco de perda adicional ser captado usando a teoria estatística dos valores extremos e a distribuição T-Student para modelizar a distribuição das rendibilidades?

Na secção seguinte apresentamos sucintamente a teoria estatística dos valores extremos univariada, orientada para o cálculo do VaR de uma posição de investimento agregada (índice bolsista), e investigamos a natureza do risco de perda adicional. Na secção 4 é apresentada a metodologia usada para proporcionar previsões do VaR-X, condicional e

não-condicional, que depois serão objecto de uma análise comparativa com as obtidas na presente secção.

3. Risco de Perda Adicional e Teoria do Valor Extremo

3.1 Introdução

A metodologia VaR tradicional tende a focar a sua análise nas medidas de risco que acomodam a distribuição empírica completa das rendibilidades, assumindo, por exemplo, que as rendibilidades são geradas segundo a distribuição normal ou log-normal. Considerando, no entanto, que o objectivo básico de qualquer abordagem VaR é fornecer uma estimativa da maior perda esperada numa dada posição de investimento, para determinado nível de confiança e período de investimento, o foco de interesse tem vindo a centrar-se na análise de risco de eventos de reduzida probabilidade, isto é, no risco de rendibilidades extremas (mínimas).

As propriedades assintóticas da distribuição das rendibilidades extremas (mínimos e máximos) diferem das propriedades da distribuição original das rendibilidades. O problema que surge na gestão do risco quando se pretende efectuar análise VaR é estimar as probabilidades de eventos raros ou extremos com um conjunto limitado de dados. O ramo da estatística matemática que emergiu com o estudo deste tipo de problemas é designado de teoria dos valores extremos (TVE). Em essência, a TVE permite determinar a natureza da cauda da distribuição sem necessidade de formular hipóteses relativas à distribuição a partir da qual as observações são obtidas. Neste sentido, a TVE constitui a base instrumental de análise das propriedades estatísticas das rendibilidades extremas.

Um resultado importante da investigação empírica desenvolvida ao longo nos últimos anos é a quase inexistência de autocorrelação nas rendibilidades e uma significativa e positiva correlação em série na volatilidade das rendibilidades. Daqui resulta que as volatilidades podem ser adequadamente estimadas e previstas utilizando um modelo paramétrico do tipo GARCH. No entanto, para acomodar as rendibilidades extremas, a metodologia GARCH é insuficiente dada a reduzida dependência destas (Danielsson e de Vries, 1997a).

Verificámos que mesmo durante os períodos de maior instabilidade financeira, o modelo normal-condicional da volatilidade (modelo IGARCH utilizado pelo *RiskmetricsTM*) subestima o VaR efectivo para quantis elevados. Bollerslev (1986) obtém evidências que a estimação condicional da volatilidade, sob a hipótese de normalidade das rendibilidades, não capta adequadamente a maior frequência das rendibilidades extremas. De facto, a distribuição das rendibilidades tende a apresentar caudas mais densas durante os períodos de instabilidade financeira, exibindo rendibilidades extremas com uma frequência superior à esperada sob a distribuição normal. Como resultado, os métodos paramétricos de estimação do VaR, ao usarem a hipótese de normalidade, subestimam o verdadeiro VaR à medida que o nível de confiança aumenta. Esta característica sugere a existência de um risco de perda adicional, risco este que se torna mais significativo durante os períodos de instabilidade financeira. Por sua vez, este risco de perda adicional traduz a existência de uma massa de probabilidade adicional nas caudas da distribuição, ou seja, caudas mais densas.

Intuitivamente, qualquer risco de perda adicional deve ser incorporado na previsão das estimativas VaR a partir do momento que a cauda esquerda da distribuição de rendibilidades evidencie uma massa de probabilidade adicional. Neste sentido, é possível que o cálculo da estimativa do índice da cauda esquerda da distribuição permita captar o risco de perda adicional. Apresentamos a seguir um breve resumo da TVE, a metodologia e respectivos resultados do cálculo das estimativas do índice de cauda da distribuição.

3.2 Teoria dos Valores Extremos (TVE)

O resultado fundamental da TVE consiste na distribuição assintótica de uma série de mínimos (máximos) estandardizados convergir para a distribuição de Gumbel, Fréchet ou Weibull. A forma estandardizada destas três distribuições é designada de distribuição generalizada do valor extremo (Longin, 1996, 2000; Bensalah, 2000).

As variações no valor de uma posição de investimento são medidas pelas rendibilidades logarítmicas numa base regular. A rendibilidade básica observada no período de tempo $[t-1, t]$ é designada por R_t . Designemos F_R como a função de distribuição cumulativa de R , a qual pode assumir valores no intervalo (l, u) . Assim, para uma variável distribuída segundo a normal, obtemos $l = -\infty$ e $u = +\infty$. Sejam R_1, R_2, \dots, R_n as

rendibilidades observadas durante os n intervalos de tempo básicos $[0,1], [1,2], \dots, [T-2, T-1], [T-1, T]$, onde para uma frequência f de rendibilidades, os dois parâmetros T e n estão ligados segundo a relação $T = nf$. Considerando, por exemplo, rendibilidades de frequência diária ($f = 1$ dia) durante n intervalos ($n = 5$ dias de cotação de bolsa para observações semanais), obtêm-se $T = 1 \times 5 = 5$ dias.

Os extremos são definidos como o mínimo e o máximo das n variáveis aleatórias R_1, R_2, \dots, R_n . Seja Z_n o mínimo observado durante n períodos de tempo: $Z_n = \text{Min}(R_1, R_2, \dots, R_n)$. Assumindo que as rendibilidades R_i são i.i.d., a distribuição cumulativa exacta da rendibilidade mínima, denotada por F_{Z_n} , é dada por

$$F_{Z_n}(z) = 1 - [1 - F_R(z)]^n \quad (9)$$

Na prática, segundo Longin (2000), a distribuição original das rendibilidades não é conhecida com precisão, implicando que também a distribuição exacta das rendibilidades mínimas o não seja. A partir da equação (9), conclui-se que a distribuição assintótica de Z_n , obtida fazendo n (número de observações) tender para infinito, é degenerada: é nula para Z menor que o limite inferior l , e igual a 1 para Z maior que l . Para obter uma distribuição assintótica útil, isto é, uma distribuição não degenerada, o mínimo Z_n é reduzido (standardizado) através de um parâmetro de escala σ_n (suposto positivo) e um parâmetro de localização μ_n tal que a distribuição do mínimo standardizado $((Z_n - \mu_n) / \sigma_n)$ seja não-degenerada.

O designado *teorema do valor extremo* especifica a forma da distribuição limite (assimptótica) do mínimo standardizado à medida que a extensão do período de tempo, a partir do qual o mínimo é seleccionado (as variáveis T ou n para uma dada frequência f), tende para infinito. A distribuição assintótica da rendibilidade mínima, denotada por F_Z , é dada por

$$F_Z(z) = 1 - \exp\left[-(1 + \alpha Z)^{-\frac{1}{\alpha}}\right] \quad (10)$$

com $(1 + \alpha Z) > 0$ e $Z = ((Z_n - \mu_n) / \sigma_n)$

O parâmetro α , designado de índice de cauda, modeliza a cauda da distribuição, sendo o seu valor independente da frequência f , ou seja, a cauda é estável sob agregação temporal (Longin, 2000).

Segundo o valor do índice de cauda, três tipos de distribuição do valor extremo são obtidos: distribuição Fréchet ($\alpha > 0$), distribuição de Gumbel ($\alpha = 0$) e distribuição de Weibull ($\alpha < 0$) (Longin, 2000; Bensalah, 2000).

A distribuição de Fréchet é obtida para distribuições de rendibilidades com caudas densas, tal como a T-Student. A densidade da cauda está directamente relacionada com o índice de cauda, α . Mais precisamente, o parâmetro do índice de cauda representa a ordem máxima de momentos finitos. Por exemplo, se α é superior a 1 a média da distribuição existe, se α é superior a 2 a variância é finita, se α é superior a 3 o momento de assimetria é definido, e assim sucessivamente. O parâmetro do índice de cauda é um parâmetro intrínseco da distribuição de rendibilidades e não depende do número de rendibilidades n a partir do qual a rendibilidade mínima é seleccionada. Por outro lado, o parâmetro do índice de cauda corresponde ao número de graus de liberdade da distribuição T-Student.

A distribuição de Gumbel é obtida para distribuições com caudas finas, tal como a distribuição normal. A distribuição de Gumbel pode ser vista como uma forma limite de transição entre a distribuição de Fréchet e de Weibull, para a qual $(1 + \alpha Z)^{-\frac{1}{\alpha}}$ é interpretado como e^{-Z} (Bensalah, 2000). Para pequenos valores de α as distribuições de Fréchet e Weibull estão muito próximas da distribuição de Gumbel.

Por último, a distribuição de Weibull é obtida quando a distribuição das rendibilidades não apresenta cauda, isto é, quando não é possível observar quaisquer observações para além de um dado limiar definido pelo último ponto da distribuição.

Em suma, estes resultados teóricos mostram a generalidade do teorema do valor extremo: todas as distribuições mencionadas levam à mesma forma de distribuição para a rendibilidade extrema; as distribuições do valor extremo obtidas a partir de diferentes

distribuições de rendibilidades são diferenciadas apenas pelos valores dos parâmetros de escala, de localização e ainda pelo índice de cauda.

3.3 Estimação do índice de cauda

A TVE focaliza a sua análise na cauda da distribuição das rendibilidades sendo a densidade da cauda reflectida pelo respectivo índice. Esta abordagem foi inicialmente introduzida por Hill (1975)³ e mede a rapidez com que a cauda da distribuição se aproxima de zero. Quanto maior a densidade da cauda mais lenta é a velocidade e menor o índice de cauda. Um aspecto importante do índice de cauda é que este representa o número de momentos existentes para a distribuição. Uma estimativa do índice de cauda igual a 2 revela que tanto o primeiro como o segundo momento existem, neste caso a média e variância, embora os momentos de ordem superior sejam infinitos. Por outro lado, como o número de graus de liberdade reflecte o número de momentos existentes, o índice de cauda pode ser usado como parâmetro para o número de graus de liberdade para parametrizar a distribuição T-Student. Daqui a ligação com a distribuição T-Student que iremos usar no cálculo do VaR-X, distribuição esta de caudas densas que também abriga a normal como distribuição limite à medida que o número de graus de liberdade tende para infinito.

Hill⁴ (1975) propôs um estimador para o índice de cauda, baseado nos momentos, cujo valor estimado é condicional a um índice limiar m , onde todos os valores $|R_i| > |R_m|$ são usados na estimação. O R_i indica a ordem estatística crescente dos valores absolutos $|R_1| \leq |R_2| \leq \dots \leq |R_m| \leq \dots \leq |R_n|$ numa amostra de rendibilidades, R .

Consideremos k como o número de observações da cauda. Ordenando os seus valores absolutos segundo uma ordem estatística crescente, obtemos o estimador do índice de cauda proposto por Hill. Este é designado a seguir por $\gamma(k)$ e é o inverso de α , onde \ln representa o logaritmo neperiano:

$$\gamma(k) \equiv \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^K [Ln(R_{n-j+1}) - Ln(R_{n-k})] \quad (11)$$

A estimativa $\hat{\alpha}$ é o índice de cauda que usamos para parametrizar a distribuição T-Student.

³ Para uma descrição mais detalhada ver Danielsson e de Vries (1997), Bensalah (2000) e Longin (2000).

Na construção da série de rendibilidades mínimas, a série das observações diárias é dividida em blocos não sobrepostos de dimensão idêntica ($f = 1$ dia, $n = 5$ dias, $T = 5$) até perfazer um ano de observações diárias (cerca de 247 rendibilidades diárias). De seguida é seleccionado o mínimo de cada bloco. Após a construção da série de rendibilidades mínimas é definido um limiar e consideradas apenas as observações extremas que excedem este limiar.

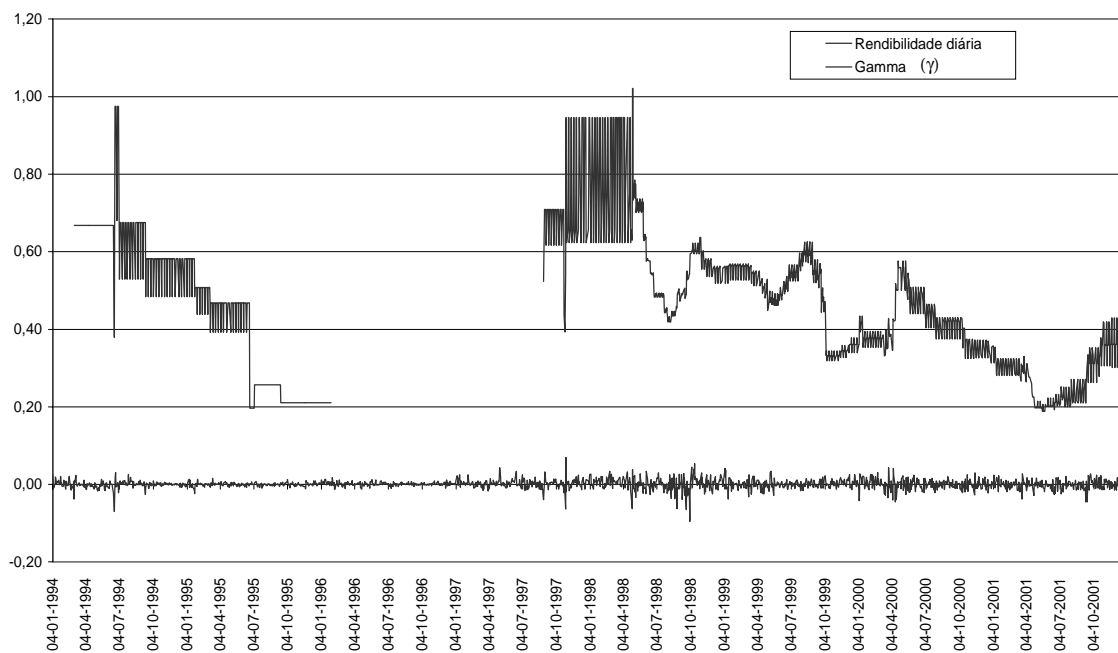
Segundo Danielsson e de Vries (1997a) e Bensalah (2000), a escolha do limiar está sujeita a um *trade-off* entre variância e enviesamento do estimador. Aumentando o número de observações para a série de mínimos a utilizar na estimação do índice de cauda (limiar reduzido), algumas observações do centro da distribuição são introduzidas na série e o índice de cauda é mais preciso (menor variância) mas enviesado. Por outro lado, seleccionando um limiar elevado, este reduz o enviesamento mas torna o estimador mais volátil devido às poucas observações. Face a estas considerações, e perante as estatísticas descritivas da distribuição de rendibilidades, adoptámos uma solução de compromisso entre variância e enviesamento do estimador, utilizando como rendibilidade limiar diária a correspondente ao quantil associado a 0.025 da massa probabilística da distribuição normal padrão $Z = 1.96$ ⁵.

Na figura 3 apresenta-se a evolução das estimativas do parâmetro γ (Gama), ou seja, o inverso do índice de cauda α , usando a sub-amostra de rendibilidades diárias relativa ao ano anterior em simultâneo com as rendibilidades diárias efectivamente observadas. Verificamos que à medida que a volatilidade das rendibilidades aumenta, maior é a estimativa do parâmetro γ e maior o desvio da normalidade. Existe evidência que as estimativas de α diminuem à medida que o desvio da normalidade aumenta. Isto implica que o uso do índice de cauda é capaz de captar algum do risco de perda adicional. Neste sentido, e dado que observamos caudas densas durante os períodos de instabilidade, espera-se que o uso das estimativas do índice de cauda na abordagem VaR-X proporcione estimativas mais precisas do VaR durante os períodos de maior volatilidade.

⁴ Ver Danielsson e De Vries (1997a), Bensalah (2000), Longin (2000).

⁵ As conclusões deste trabalho são robustas a variações deste valor. O leitor interessado poderá encontrar nos trabalhos de Danielsson e De Vries (1997b) e Goorbergh (1999) tentativas de “optimização” do valor a utilizar como limiar.

Figura 3: Estimativas do índice de cauda ^{a)}



^{a)} Esta figura exhibe as rendibilidades do índice PSI-20 (eixo das abcissas) e a evolução ao longo do tempo das estimativas do parâmetro γ , i.e., o inverso da estimativa de α . O índice de cauda foi estimado através do estimador de Hill e utiliza na estimação as observações do ano anterior (247 rendibilidades diárias).

No cálculo da série das estimativas de γ apenas foram consideradas as estimativas obtidas a partir de pelo menos 5 observações extremas que excedessem o limiar. Por este facto, e para os períodos de relativa estabilidade (como Janeiro de 1996 a meados de 1997), não foi possível obter estimativas do parâmetro. Este critério, juntamente com a definição do limiar, constitui um compromisso entre a variância e enviesamento do estimador do índice de cauda.

Na secção seguinte apresentamos a metodologia VaR-X, que permite ter em conta a volatilidade condicional, e verificamos se esta permite captar algum do risco de perda adicional que se torna relevante durante os períodos de instabilidade financeira.

4. Value-at-Risk (VaR) e rendibilidades extremas

Para captar a existência de alguma não-normalidade nas rendibilidades, e inseri-la no cálculo do VaR, usamos os resultados obtidos na secção anterior relativos à estimação do índice de cauda. Isto permite-nos relaxar a hipótese das rendibilidades estarem distribuídas segundo a normal e afastarmo-nos do tradicional modelo média-variância, permitindo que a distribuição de rendibilidades apresente caudas densas se os dados

exibirem rendibilidades negativas com uma frequência superior à esperada sob a hipótese de normalidade.

O parâmetro adicional, a estimativa *alpha*, para a cauda esquerda da distribuição, é usado para parametrizar a distribuição T-Student. Para possibilitar a comparação desta abordagem com a metodologia *Riskmetrics*TM usamos o mesmo modelo IGARCH (1,1) para estimar a volatilidade condicional. No entanto, em vez de assumir a normalidade, usamos a distribuição standard T-Student, parametrizada pelo índice de cauda. Este parâmetro permite-nos estimar t_{α}^* , o ponto na distribuição para o qual a área $c\%$ incide à sua esquerda. Por sua vez, este valor necessita de ser convertido da sua média zero e variância $\alpha/(\alpha - 2)$ de tal modo que utilizamos o factor de escala θ ⁶:

$$\theta = \frac{\sigma}{\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha - 2}}} . \quad (12)$$

A variável θ substitui o desvio padrão como medida de risco na equação (5), e t_{α}^* é o ponto crítico na distribuição T-Student. Este procedimento fornece-nos a rendibilidade requerida R^* sob a formulação VaR-X:

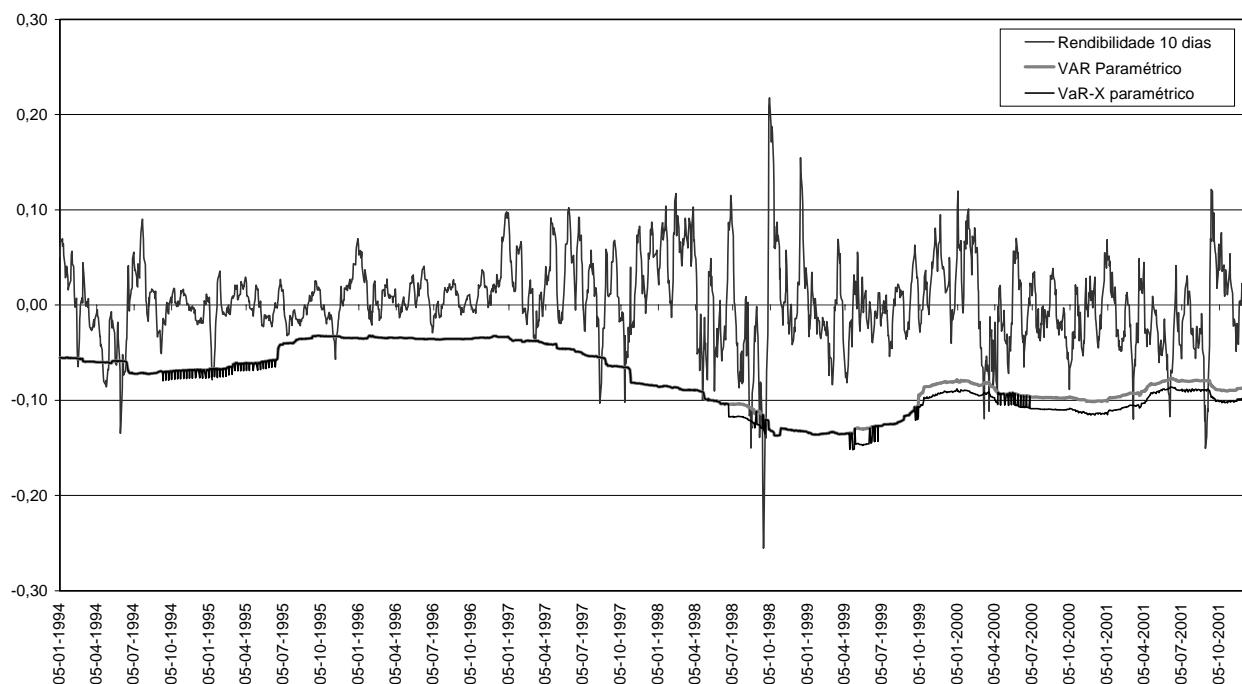
$$R^* = -t_{\alpha}^* \theta + \mu . \quad (13)$$

Agora apenas é necessário substituir este valor de R^* na equação (4) para obter o VaR relativo e igual a $W_0 t_{\alpha}^* \theta$. Esta formulação continua a permitir a estimação condicional e não-condicional da volatilidade.

Com o propósito de analisar o desempenho da metodologia VaR-X procedemos a testes amostrais idênticos aos já realizados na secção 2 para a abordagem paramétrica-normal, condicional e não-condicional. Nas figuras 4 e 5 apresenta-se a previsão não-condicional e condicional do VaR, usando a metodologia VaR-X, juntamente com as previsões obtidas sob a hipótese de normalidade.

⁶ Considerando que o desvio padrão da distribuição T-Student é dado por $\sqrt{\alpha/(\alpha - 2)}$, no cálculo do factor de escala θ apenas são consideradas as estimativas do índice de cauda α superiores a 2. Como alternativa assume-se a distribuição normal.

Figura 4: Abordagem não-condicional: VaR Paramétrico *versus* VaR-X^{a)}



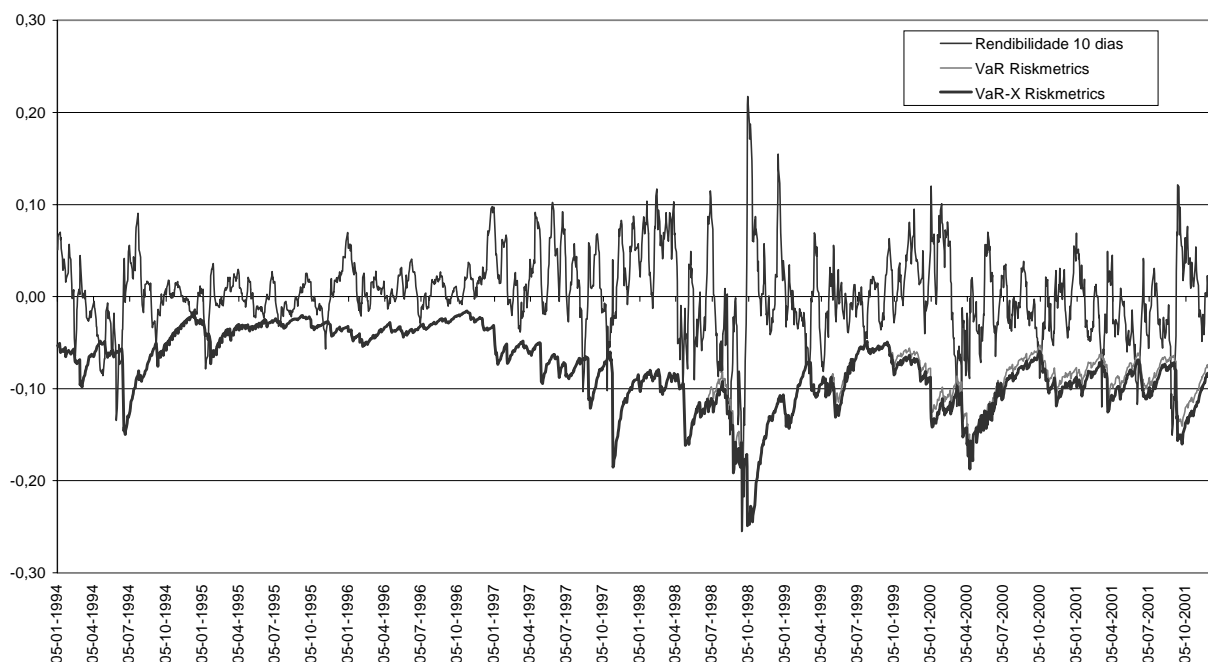
a) O gráfico compara o desempenho das previsões das estimativas do VaR-X, usando a distribuição de T-Student, face às previsões do VaR usando a abordagem paramétrica-normal para o índice PSI-20. Utilizaram-se amostras deslizantes de observações diárias, para o período de Janeiro de 1993 a Dezembro de 2001 usando 1977 rendibilidades deslizantes de 10 dias, para proporcionar previsões do VaR ao nível de confiança de 99%. As previsões são baseadas em amostras anuais de observações diárias e a estimativa de α é calculada para a cauda esquerda da distribuição usando o estimador de Hill.

Verificamos que a abordagem VaR-X é capaz de captar algum do risco de perda adicional presente em períodos de maior instabilidade financeira, para além do já captado com a utilização apenas do desvio padrão. Este aspecto é evidenciado pelo facto da fronteira gerada pela metodologia VaR-X ao nível de confiança de 99% incidir abaixo da gerada pela abordagem paramétrica-normal, condicional e não-condicional.

Em ambos os casos, volatilidade condicional e não-condicional, a abordagem VaR-X proporciona consistentemente previsões do VaR mais precisas face às obtidas pela abordagem paramétrica-normal. O número de ocorrências que excedem o VaR-X, os seus valores esperados e respectivas percentagens são apresentados na tabela 6.

Dado que a estimação condicional do VaR acomoda melhor os choques na volatilidade durante os períodos de maior instabilidade nos mercados financeiros, parece mais apropriado usar uma abordagem condicional para prever o VaR.

Figura 5: Abordagem condicional: VaR *Riskmetrics*TM versus VaR-X ^{a)}



a) O gráfico compara o desempenho das previsões das estimativas do VaR-X, usando a distribuição de T-Student, face às previsões do VaR usando a abordagem *Riskmetrics*TM paramétrica-normal condicional para o índice PSI-20. Utilizaram-se amostras deslizantes de observações diárias, para o período Janeiro de 1993 a Dezembro de 2001 usando 1975 rendibilidades deslizantes de 10 dias, para proporcionar previsões do VaR ao nível de confiança de 99%. As previsões são baseadas em amostras anuais de observações diárias. A volatilidade condicional é estimada usando o modelo IGARCH (1,1) com um *decay factor* de 0.94 para observações diárias. A estimativa de α é calculada para a cauda esquerda da distribuição usando o estimador de Hill.

Por outro lado, a evidência apresentada na tabela 6, de que estimando a volatilidade de forma não-condicional proporciona previsões mais robustas durante o período amostral global, sugere ela própria que o factor- λ na abordagem da volatilidade condicional é demasiado baixo, dado que o efeito da persistência de um choque externo na volatilidade extingue-se rapidamente. Neste sentido, o modelo IGARCH usando um *decay factor* superior, permitindo que choques externos na volatilidade persistam durante mais tempo, poderá ser mais apropriado.

Como corolário desta investigação, obtemos evidências de que a utilização de um parâmetro adicional no cálculo do VaR (índice de cauda da distribuição) permite captar algum do risco de perda adicional resultante da não normalidade das rendibilidades. Desta forma é possível obter estimativas VaR mais precisas face às obtidas sob a hipótese de normalidade condicional.

Tabela 6: Número de ocorrências que excedem o VaR-X condicional (*Riskmetrics*TM) e não-condicional ^{a)}

Período amostral	No. de ocorrências que excedem o VaR-X ao nível de confiança de 99%		
	Teórico	Não-condicional	Condicional
1/1994 – 1/2002	19.75	64	76
1/1994 – 1/1998	9.84	35	44
1/1998 – 1/2002	9.91	29	32
1996	2.47	0	0
1998	2.48	14	6
	Percentagem teórica	Não-condicional	Condicional
1/1994 – 1/2002	1.00%	3.2%	3.8%
1/1994 – 1/1998	1.00%	3.6%	4.5%
1/1998 – 1/2002	1.00%	2.9%	3.2%
1996	1.00%	0%	0%
1998	1.00%	5.6%	2.4%

^{a)} Esta tabela contém as estatísticas do índice PSI-20 para o período de Janeiro de 1994 a Dezembro de 2001, usando 1975 rendibilidades deslizantes de 10 dias. As previsões são baseadas em amostras anuais de observações diárias (cerca de 247 rendibilidades) e usando um *decay factor* de 0.94 no modelo de volatilidade condicional IGARCH (1,1).

Tabela 7: Melhoria do VaR-X sobre a abordagem não-condicional e condicional (*Riskmetrics*TM) ^{a)}

Período amostral	Melhoria percentual do VaR-X sobre a abordagem:	
	Não-condicional	Condicional
1/1994 – 1/2002	7.25%	9.52%
1/1994 – 1/1998	0%	0%
1/1998 – 1/2002	14.71%	20%
1996	0%	0%
1998	17.65%	33.33%

^{a)} Esta tabela contém a melhoria percentual do VaR-X sobre a abordagem condicional (*Riskmetrics*TM) e não-condicional para o índice PSI-20, no período de Janeiro de 1994 a Dezembro de 2001, usando 1975 rendibilidades deslizantes de 10 dias. As previsões são baseadas em amostras anuais de observações diárias (cerca de 247 rendibilidades). Para ambas as abordagens é usado um *decay factor* de 0.94 no modelo de volatilidade condicional IGARCH (1,1).

Quando se adopta a volatilidade condicional na abordagem VaR-X, usando um *decay factor* idêntico ao usado no modelo IGARCH (1,1) para a volatilidade condicional sob a hipótese de normalidade, verificamos que o VaR-X condicional proporciona uma melhoria face às estimativas da metodologia *Riskmetrics*TM em cerca de 9.5% para o período amostral global (ver tabela 7). Esta melhoria aumenta, cerca de 33%, quando consideramos apenas o período de maior instabilidade financeira.

Apesar da abordagem VaR-X condicional proporcionar uma melhoria sobre a metodologia *Riskmetrics*TM, é necessário ainda continuar a investigar os factores de risco adicionais que podem explicar os desvios da utilização da distribuição T-Student condicional da verdadeira distribuição de rendibilidades.

5. Conclusão

A evidência empírica obtida neste trabalho sugere que os mercados financeiros experimentam rendibilidades negativas extremas com uma frequência superior à esperada sob a hipótese de normalidade condicional. Os desvios da normalidade tendem a ser significativos durante os períodos de instabilidade financeira. Tais desvios da normalidade, ocorrendo em resposta a eventos de natureza económico-financeira, a eventos de natureza política ou ainda a fenómenos de comportamento irracionais por parte dos investidores, consubstanciam riscos de exposição ao mercado subestimados.

Considerando o efeito de contágio no sentimento de dificuldades presente nos mercados, torna-se importante assegurar as condições de estabilidade do sistema financeiro. Com o propósito de promover um ambiente de segurança no sistema, torna-se primordial que as técnicas de gestão do risco traduzam com precisão o risco de exposição ao mercado, em especial para as instituições bancárias aquando da constituição das reservas de capital que deverão manter colateralmente às suas posições de investimento de forma a garantir o cumprimento das suas obrigações financeiras. É neste sentido importante que os efeitos do risco de perda adicional sejam tidos em conta na gestão do risco.

Os resultados obtidos sugerem que as estimativas fornecidas pela abordagem VaR-X condicional captam com maior precisão o risco de perda adicional reflectido pelas caudas densas da distribuição, em especial, durante os períodos de maior volatilidade. Considerando que a medição do risco de exposição ao mercado é crucial para uma gestão eficaz do risco financeiro, este processo deverá acomodar o risco de perda adicional. Do ponto de vista das instituições financeiras, o risco de perda adicional tem implicações ao exigir que estas ajustem o nível dos seus capitais próprios à evolução do seu grau de risco de exposição ao mercado, conforme directrizes do Basle Committee (1995, 1996). Do ponto de vista das entidades reguladoras e de supervisão, o procedimento de inclusão do risco de perda adicional no processo de determinação do nível de capital próprio confere maior estabilidade e segurança ao sistema ao promover junto das instituições financeiras estruturas de capitais mais conservadoras.

Das considerações anteriores e em face dos resultados obtidos, as principais conclusões a retirar deste trabalho são:

1. Durante os períodos de maior volatilidade, a tradicional abordagem paramétrica-normal não-condicional subestima a exposição ao risco de mercado para níveis de confiança elevados, aumentando o erro de estimação à medida que nos deslocamos para a cauda da distribuição. Esta característica é devida à não normalidade das rendibilidades. Estes resultados sugerem que as distribuições tendem a apresentar caudas mais densas durante os períodos de instabilidade financeira, exibindo rendibilidades extremas com uma frequência superior ao esperado sob a hipótese de normalidade.

2. A característica mais importante das rendibilidades do mercado accionista para a modelização do VaR é o efeito de aglomeração da volatilidade. Este efeito pode ser eficazmente acomodado através do processo GARCH. Este processo reduz a taxa de insucesso na previsão do VaR, em especial durante os períodos de maior volatilidade.

3. A utilização da teoria dos valores extremos para acomodar a massa de probabilidade adicional e estimar os respectivos índices de cauda, associada à utilização da distribuição T-Student, tem maior capacidade para captar o risco de perda adicional presente em períodos de maior volatilidade.

Referências Bibliográficas:

Basle Committee on Banking Supervision (1995), *An Internal Model-Based Approach to Market Risk Capital Requirements*, Basle, Bank for International Settlements.

Basle Committee on Banking Supervision (1996), *Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks*, Basle Report, No. 24, Bank for International Settlements.

Bensalah, Y. (2000), “Steps in Applying Extreme Value Theory to Finance: A Review”, Working Paper No. 20, Bank of Canada, Ottawa.

Bollerslev, T. (1986), “Generalised autoregressive conditional heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics*, Vol. 31, pp. 307-327.

Bollerslev, T. (1987), “A conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return”, *Review of Economics and Statistics*, Vol. 69, pp. 542-547.

Bollerslev, T., Chou, R. Y. e K. F. Kroner (1992), “ARCH modelling in Finance: a review of the theory and empirical evidence”, *Journal of Econometrics*, Vol. 52, pp. 5-59.

Danielsson, J. e C. G. de Vries (1997a), “Value-at-Risk and Extreme Returns”, Working Paper, Timbergen Institute, Erasmus University.

Danielsson, J. e C. G. de Vries (1997b), “Beyond the Sample: Extreme Quantile and Probability Estimation”, Working Paper, Timbergen Institute, Erasmus University.

Engle, R. (1982), “Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation”, *Econometrica*, Vol. 50, pp. 987-1007.

Engle, R. (2001), “GARCH 101: The use of ARCH/GARCH models in applied econometrics”, *Journal of Economic Perspectives*, Vol.15, No.4, pp.157-168.

Goorbergh, R. W. J. (1999), “Value-at-risk analysis and least squares tail index estimation”, Research Memorandum WO&E nr 578, De Nederlandsche Bank.

J.P. Morgan Bank (1996), *Riskmetrics Technical Manual*, 4th ed., J. P. Morgan Bank, New York.

Jansen, D. W., Koedijk K. G. e C. G. de Vries (2000), “Portfolio selection with limited downside risk”, *Journal of Empirical Finance*, Vol. 7, pp. 247-269.

Jorion, P., *Value-at-Risk: The new benchmark for controlling market risk*, McGraw-Hill, New York, 1997.

Longin, F.M. (1996), “The asymptotic distribution of extreme stock market returns”, *Journal of Business*, Vol.63, pp.383-408.

Longin, F.M. (2000), “From *Value-at-Risk* to stress testing: the extreme value approach”, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 24, pp. 1097-1130.

Phelan, M.J. (1997), “Probability and statistics applied to the practice of financial risk management: The case of J.P. Morgan’s *Riskmetrics*™”, *Journal of Financial Services Research*, Vol. 12, No. 2/3, pp. 175-200.

Pownall, R. J. e K. G. Koedijk (1999), “Capturing downside risk in financial markets: the case of the Asian Crisis”, *Journal of International Money and Finance*, Vol. 18, pp. 853-870.

Santomero, A.M. (1997), “Commercial bank risk management: An analysis of the process”, *Journal of Financial Services Research*, Vol. 12, No. 2/3, pp. 83-115.